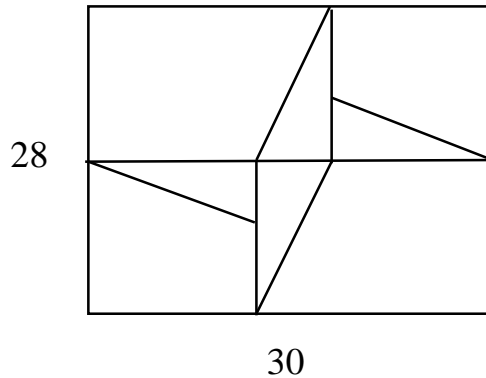


Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2023»

Գրավոր փուլ 5-րդ դասարան

1. Ամբողջ վազքուղու երկայնքով, սկզբնագծից մինչև վերջնագիծ, իրարից միևնույն հեռավորության վրա տեղադրված են դրոշակներ՝ ընդհանուր 25 հատ (սկզբնագծի և վերջնագծի դրոշակները ներառյալ): Մարզիկը առաջին դրոշակից մինչև յոթերորդ դրոշակը վազում է 30 վայրկյանում: Քանի՞ վայրկյանում մարզիկը կանցնի ամբողջ վազքուղին, եթե հայտնի է, որ նա վազում է հաստատուն արագությամբ:
2. Խանութում թխվածքները վաճառվում են փակ տուփերով, ընդ որում յուրաքանչյուր տուփում կամ միայն կեքսեր են, կամ միայն էկլերներ են, կամ միայն գաթաներ: Հայտնի է, որ տուփում կեքսերը 3 հատ են, էկլերները՝ 6 հատ, գաթաները՝ 10 հատ: Ամենաքիչը քանի՞ տուփ պետք է գնի աղջիկը, որ կեքսերի, էկլերների և գաթաների քանակը լինի հավասար (տուփերը բացել չի թույլատրվում):
3. Գրատախտակին գրված են 9 հաջորդական բնական թվեր: Աշակերտը հաշվեց այդ թվերի գումարը և ստացավ 43040102 : Պարզվեց, որ այդ գումարի առաջին թվանշանը նա սխալ է ստացել: Ի՞նչ թիվ պետք է լիներ այդ գումարի առաջին թվանշանը:
4. Երեք հաջորդական բնական թվերից փոքրը ունի ճիշտ երկու բաժանարար, իսկ միջին թիվը՝ ճիշտ երեք բաժանարար: Քանի՞ բաժանարար ունի այդ թվերից մեծը:
5. Չորս հավասար ուղղանկյուն եռանկյուններ տեղադրված են 28 սմ և 30 սմ կողմերով ուղղանկյան ներսում այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Գտնել ուղղանկյուն եռանկյուններից մեկի մակերեսը:



Լուծումներ

1. Նկատենք, որ առաջին և յոթերորդ դրոշակների միջև կա 6 իրար հավասար հեռավորություն, որը մարզիկը անցնում է 30 վայրկյանում, իսկ առաջին և 25-րդ դրոշակների միջև կա 24 իրար հավասար հեռավորություն: Ուրեմն մարզիկն ամբողջ վազքուղին կանցնի $4 \cdot 30 = 120$ վայրկյանում:
Պատ՝ 120 վայրկյան:
2. Պարզ է, որ ամենափոքր թիվը, որը բաժանվում է 3-ի, 6-ի և 10-ի՝ 30-ն է: Այդ դեպքում աղջիկը խանութից պետք է գնի $30:3=10$ տուփ կեքս, $30:6=5$ տուփ էկլեր և $30:10=3$ տուփ գաթա, այսինքն՝ ընդհանուր 18 տուփ:
Պատ՝ 18 տուփ:
3. Դիցուք 9 հաջորդական բնական թվերն են՝ $a - 4, a - 3, \dots, a + 3, a + 4$: Այդ դեպքում նրանց գումարը կլինի՝ $(a - 4) + (a - 3) + \dots + (a + 3) + (a + 4) = 9a$: Այսինքն, ստացված գումարը պետք է բաժանվի 9-ի: Նկատենք, որ 43040102 թվի բոլոր թվանշանների

գումարը բացի առաջինից հավասար է 10-ի, ուրեմն առաջին թվանշանը պետք է լիներ 8:

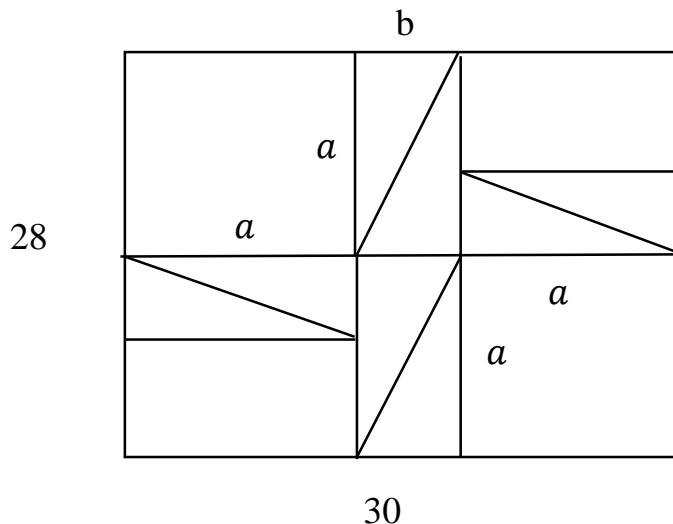
Պատ՝ 8 :

4. Ակնհայտ է, որ այդ թվերից փոքրը պետք է լինի պարզ թիվ: Ենթադրենք փոքր թիվը 2-ն է, այդ դեպքում միջին թիվը կլինի 3-ը, իսկ 3-ը ունի ճիշտ երկու բաժանարար (չի բավարարում խնդրի պայմանին): Ենթադրենք փոքր թիվը 3-ն է, այդ դեպքում միջին թիվը կլինի 4-ը, որը ունի ճիշտ երեք բաժանարար, ուրեմն մեծ թիվը կլինի 5-ը, որը ունի ճիշտ երկու բաժանարար: Պարզ է, որ փոքր թիվը չի կարող լինել 4-ից մեծ պարզ թիվ, քանի որ այդ դեպքում միջին թիվը կլինի 5-ից մեծ գույզ թիվ, իսկ 5-ից մեծ ցանկացած գույզ թիվ ունի 3-ից շատ բաժանարարներ:

Պատ՝ Երկու :

5. Նկատենք, որ յուրաքանչյուր ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսը հավասար է համապատասխան ուղղանկյան մակերեսի կեսին (տե՛ս նկարը): Առաջացած չորս իրար հավասար ուղղանկյուններից մեկի կողմերը նշանակենք a և b : Մի կողմից $28 = a + a$, որտեղից $a = 14$, մյուս կողմից $30 = a + b + a$, որտեղից $b = 2$: Ստացվեց, որ ուղղանկյուններից մեկի մակերեսը կլինի $2 \cdot 14 = 28$ սմ², իսկ ուղղանկյուն եռանկյուններից մեկի մակերեսը՝ $\frac{28}{2} = 14$ սմ² :

Պատ՝ 14 սմ² :



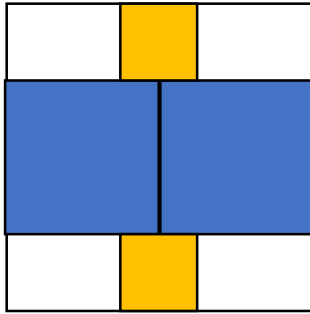
Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2023»

Գրավոր փուլ

6-րդ դասարան

1. Բրիգադն առաջին օրը ամբողջ դաշտի մակերեսից հնձեց 15 հա, իսկ երկրորդ օրը՝ մնացած մասի 20%-ը: Երկու օրերի ընթացքում բրիգադը հնձեց ամբողջ դաշտի 36%-ը: Գտնել դաշտի մակերեսը:
2. 6-րդ դասարանի աշակերտներ Աննան, Կարենը, Լիլիթը և Արտակը մասնակցեցին մաթեմատիկայի օլիմպիադային, որի ժամանակ առաջադրված էր 8 խնդիր: Հայտնի է, որ յուրաքանչյուր աշակերտ լուծել է ամենաքիչը 5 խնդիր, ընդ որում
 - Աննան Լիլիթից շատ է լուծել
 - Տղաները լուծել են նույն քանակությամբ խնդիրներ
 - Կարենը մեկ խնդիր պակաս է լուծել Աննայից:
 Քանի՞ խնդիր է լուծել նրանցից յուրաքանչյուրը, եթե բոլորը միասին լուծել են 27 խնդիր:

3. Բնական թվից հանեցին իր թվանշանների գումարը և ստացան 2007: Գտնել բոլոր այդպիսի բնական թվերը:
4. Տրված 4, 9, 11, 13, 14, 16, 17 թվերի հաջորդականությունից n երկու թվերը պետք է ջնջել, որ մնացած թվերի միջին թվաբանականը հավասար լինի սկզբնական թվերի միջին թվաբանականին:
5. Նկարում մեծ քառակուսու մեջ պատկերված են երկու իրար հավասար կապույտ քառակուսիներ և երկու իրար հավասար դեղին քառակուսիներ: Հայտնի է, որ ներկված մասի մակերեսը 810 սմ² է: Գտնել մեծ քառակուսու կողմը:



Լուծումներ

1. Ամբողջ դաշտի մակերեսը նշանակենք x հա, այդ դեպքում երկրորդ օրը բրիգադը կհնձի $\frac{(x-15) \cdot 20}{100}$ հա: Ըստ խնդրի պայմանների $15 + \frac{(x-15) \cdot 20}{100} = \frac{x \cdot 36}{100}$, որտեղից $x = 75$:

Պատ՝ 75 հա :

2. Ենթադրենք տղաներից յուրաքանչյուրը լուծել է 5 խնդիր, այդ դեպքում Աննան լուծել է 6 խնդիր, իսկ Լիլիթը՝ $27 - 5 - 5 - 6 = 11$, որը հնարավոր չէ (Աննան Լիլիթից շատ է լուծել): Եթե տղաներից յուրաքանչյուրը լուծել է 6 խնդիր, այդ դեպքում Աննան լուծել է 7 խնդիր, իսկ Լիլիթը՝ $27 - 7 - 6 - 6 = 8$, որը նույնպես հնարավոր չէ: Եթե տղաներից յուրաքանչյուրը լուծել է 7 խնդիր, այդ դեպքում Աննան լուծել է 8 խնդիր, իսկ Լիլիթը՝ $27 - 8 - 7 - 7 = 5$: Պարզ է, որ տղաներից յուրաքանչյուրը չի կարող լուծել 7-ից շատ խնդիր:

Պատ՝ Աննան 8 խնդիր, Լիլիթը 5 խնդիր, Կարենը 7 խնդիր, Արտակը 7 խնդիր:

3. Պարզ է, որ այդպիսի բնական թվերը պետք է լինեն քառանիշ: Ենթադրենք այդ քառանիշ թիվն է $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$: Ըստ խնդրի պայմանների $1000a + 100b + 10c + d - (a + b + c + d) = 999a + 99b + 9c = 9(111a + 11b + c)$: Այսինքն $9(111a + 11b + c) = 2007$, որտեղից՝ $111a + 11b + c = 223$: Նկատենք, որ $a > 1$ և $a < 3$: Հետևաբար $a = 2$, այդ դեպքում $11b + c = 1$, որտեղից $b = 0$ և $c = 1$: Նկատենք նաև, որ d -ն կարող է լինել 0-ից 9 ցանկացած թիվ:

Պատ՝ 2010-ից 2019-ը ցանկացած թիվ:

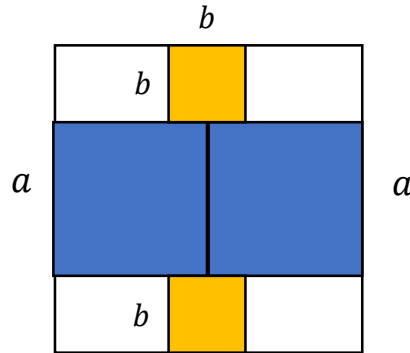
4. Ջնջված թվերից մեկը նշանակենք a -ով, մյուսը՝ b -ով: Ըստ խնդրի պայմանի $\frac{4+9+11+13+14+16+17}{7} = \frac{4+9+11+13+14+16+17-(a+b)}{5}$, կամ $12 = \frac{84-(a+b)}{5}$, որտեղից $a + b = 24$: Ստացվեց, որ այդ թվերի գումարը հավասար է 24, և քանի որ տրված թվերի հաջորդականության մեջ կա միայն երկու թիվ, որոնց գումարը 24 է, ուրեմն այդ թվերն են՝ 11-ը և 13-ը:

Պատ՝ 11 և 13 :

5. Պարզ է, որ մեկ դեղին և մեկ կապույտ քառակուսիների մակերեսների գումարը կլինի 405 սմ²: Կապույտ քառակուսու կողմը նշանակենք a , իսկ դեղին քառակուսու կողմը՝

b : Մի կողմից մեծ քառակուսու կողմը կլինի $2a$, մյուս կողմից՝ $a + 2b$: Ստացվեց, որ $2a = a + 2b$, որտեղից $a = 2b$, այսինքն, եթե դեղին քառակուսու մակերեսը ընդունենք մեկ մաս, ապա կապույտ քառակուսու մակերեսը կլինի չորս մաս: Հետևաբար մեկ դեղին և մեկ կապույտ քառակուսուսիների մակերեսների գումարը հինգ մաս է, ուրեմն մեկ մասը կլինի $405:5 = 81$ սմ², այսինքն դեղին քառակուսու կողմը կլինի $b = 9$ սմ, իսկ կապույտ քառակուսու կողմը կլինի $a = 2b = 18$ սմ: Հետևաբար մեծ քառակուսու կողմը կլինի $2a = 36$ սմ:

Պատ՝ 36 սմ:



Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2023»

Գրավոր փուլ 7-րդ դասարան

1. Սոնան ունի 6 զույգ կապույտ, 18 զույգ սև և 12 զույգ սպիտակ ձեռնոցներ: Մի անգամ նա խանութից գնելով մի քանի սև ձեռնոցներ պարզեց, որ այդ դեպքում սև ձեռնոցները կկազմեն իր ունեցած բոլոր ձեռնոցների $\frac{3}{5}$ մասը: Քանի՞ զույգ սև ձեռնոց գնեց Սոնան խանութից:
2. a բնական թիվը ներկայացվում է $a = x + 4y + 3$ տեսքով: Ապացուցել, որ $ax + 3x + 4ay + 12y + 9$ արտահայտությունը բնական թվի քառակուսի է:
3. Դիցուք x, y, z թվերը պարզ թվեր են, որոնք բավարարում են $23x - yz = 2323$ հավասարմանը: Գտնել x -ը:
4. $ABCD$ քառակուսու CD կողմի վրա նշված է N կետ, իսկ DA ճառագայթի վրա M կետն այնպես, որ $\angle NBM = 90^\circ$: Հայտնի է, որ $CN = 11$, $DM = 35$: Գտնել DN հատվածի երկարությունը:
5. ABC սուրանկյուն եռանկյան մեջ տարված է BH բարձրությունը: Հայտնի է, որ $CH = AB + AH$: Գտնել BAC անկյան աստճանային չափը, եթե $\angle ABC = 84^\circ$:

Լուծումներ

1. Խանութից գնված սև ձեռնոցների քանակը նշանակենք x -ով: Այդ դեպքում, ըստ խնդրի պայմանների կստացվի. $18 + x = (36 + x) \cdot \frac{3}{5}$, որտեղից $x = 9$:
Պատ՝ 9 զույգ սև ձեռնոց:
2. $ax + 3x + 4ay + 12y + 9 = x(a + 3) + 4y(a + 3) + 9 = (a + 3)(x + 4y) + 9$: Ըստ խնդրի տվյալների $x + 4y = a - 3$, ուրեմն $(a + 3)(x + 4y) + 9 = (a + 3)(a - 3) + 9 = a^2 - 9 + 9 = a^2$:

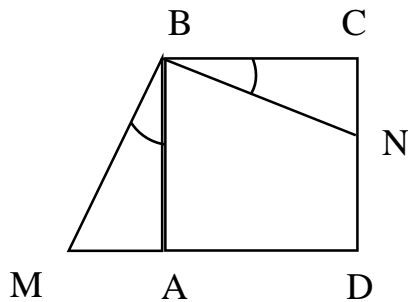
Պատ՝ Ապացուցված է:

3. Նկատենք, որ 2323-ը բաժանվում է 23-ի, ուրեմն yz -ը նույնպես պետք է բաժանվի 23-ի: Քանի որ y և z թվերը պարզ թվեր են, հետևաբար կամ $y = 23$, կամ $z = 23$: Չիսախտելով ընդհանրությունը, ենթադրենք, օրինակ $y = 23 \Rightarrow 23x - 23z = 2323$: Վերջին հավասարումից ստացվում է $x - z = 101$, այսինքն x և z թվերից մեկը գույգ է: Ենթադրենք $x = 2$ (քանի որ միակ գույգ պարզ թիվը 2-ն է), այդ դեպքում $z = -99$, որը չի բավարարում, ուրեմն՝ $z = 2 \Rightarrow x = 103$:

Պատ՝ 103:

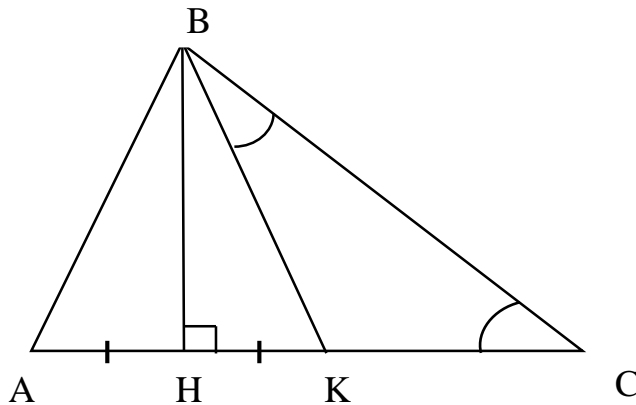
4. Նկատենք, որ $\angle CBN = 90^\circ - \angle ABN$ և $\angle ABM = 90^\circ - \angle ABN$, հետևաբար $\angle CBN = \angle ABM$: Ստացվեց, որ CBN և ABM եռանկյունները հավասար են՝ ըստ էջի և սուր անկյան, ուրեմն $CN = AM = 11 \Rightarrow AD = CD = 35 - 11 = 24$, իսկ $DN = 24 - 11 = 13$:

Պատ՝ 13:



5. AC կողմի վրա K կետը վերցնենք այնպես, որ $AH = HK$: Այդ դեպքում ABK եռանկյունը կլինի հավասարասրուն՝ $AB = BK$ և $\angle AKB = \angle KAB$, իսկ խնդրում տրվածից կհետևի, որ $CK = BK$: Նշանակենք $\angle C = \angle KBC = \alpha$, ուրեմն $\angle AKB = \alpha + \alpha = 2\alpha$ (որպես BKC եռանկյան արտաքին անկյուն), հետևաբար $\angle A = 2\alpha$: Գիտենք, որ $\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$, կամ $2\alpha + 84^\circ + \alpha = 180^\circ$, որտեղից $\alpha = 32^\circ$, իսկ $\angle BAC = 64^\circ$:

Պատ՝ 64° :

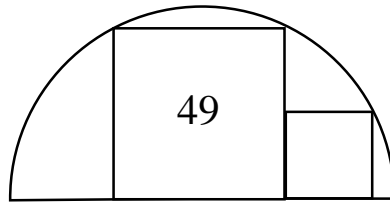


Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2023»

Գրավոր փուլ 8-րդ դասարան

- 101 դպրոցականներ գնեցին չորս տարբեր գույնի 212 փուչիկներ, ընդ որում նրանցից ոչ մեկը չուներ նույն գույնի երկու տարբեր փուչիկներ: Հայտնի է, որ 4 հատ փուչիկ գնած աշակերտների քանակը 13-ով շատ է 2 հատ փուչիկ գնած աշակերտների քանակից: Քանի՞ դպրոցական է գնել միայն մեկ փուչիկ:
- Գտնել բոլոր այն բնական թվերը, որոնք մեծանում են 11 անգամ, եթե միավորի և տասնավորի միջև գրենք 5:

3. Գտնել $\frac{8x+3y}{2x+5y}$ արտահայտության բոլոր հնարավոր արժեքները, եթե $\frac{x}{x+y} + \frac{2y}{x-y} = 1$:
4. P կետը $ABCD$ ուղղանկյան AB կողմի միջնակետն է, իսկ Q -ն՝ C գագաթից DP ուղղին տարված ուղղահայացի հիմքը: Ապացուցել, որ $BQ=BC$:
5. Նկարում պատկերված կիսաշրջանագծի մեջ ներգծված են երկու քառակուսիներ, որոնցից մեծի մակերեսը 49 սմ² է: Գտնել փոքր քառակուսու մակերեսը:



Լուծումներ

1. Խնդրի պայմանից հետևում է, որ յուրաքանչյուր դպրոցական գնել է ոչ ավել, քան 4 փուչիկ: 1, 2, 3, 4 փուչիկ գնած դպրոցականների քանակը նշանակենք համապատասխանաբար x, y, z, t : Այդ դեպքում $x + y + z + t = 101$, $x + 2y + 3z + 4t = 212$, $t = y + 13$: Պարզ ձևափոխություններից հետո՝ $x = 52$:

Պատ.՝ 52:

2. Որոնելի թիվը թող լինի $\overline{ab} = 10a + b$: Ըստ խնդրի պայմանների $100a + 50 + b = 11(10a + b)$, որտեղից $10a + 10b = 50$ կամ $a + b = 5$: Այսպիսով, որոնելի թիվը պետք է լինի երկնիշ: Պարզ է, որ $b = 0, 1, 2, 3, 4$, հետևաբար, որոնելի թվերը կլինեն՝ 14, 23, 32, 41 և 50:

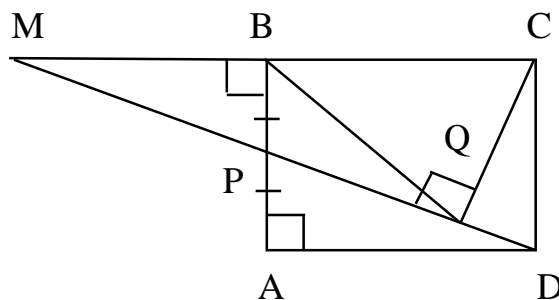
Պատ.՝ 14, 23, 32, 41, 50:

3. $\frac{x}{x+y} + \frac{2y}{x-y} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 - xy + 2xy + 2y^2}{(x+y)(x-y)} = 1 \Rightarrow x^2 - xy + 2xy + 2y^2 = x^2 - y^2 \Rightarrow 3y^2 + xy = 0 \Rightarrow y(3y + x) = 0 \Rightarrow y = 0$ կամ $3y + x = 0$: Եթե $y = 0$, ապա $x \neq 0$ և $\frac{8x+3y}{2x+5y} = 4$, իսկ եթե $3y + x = 0 \Rightarrow x = -3y$, որտեղից $\frac{8x+3y}{2x+5y} = 21$:

Պատ.՝ 4 կամ 21:

4. Շարունակենք DP ուղիղը և CB ուղղի հետ հատման կետը նշանակենք՝ M -ով: Նկատենք, որ DAP և MBP ուղղանկյուն եռանկյունները հավասար են՝ $BP = AP$, $\angle APD = \angle MPB$, հետևաբար $MB = AD = BC$: Ստացվեց, որ QB -ն՝ ուղղանկյուն եռանկյուն MQC -ի մեջ ներքնաձիգին տարված միջնագիծն է, ուրեմն $QB = \frac{MC}{2} = BC$:

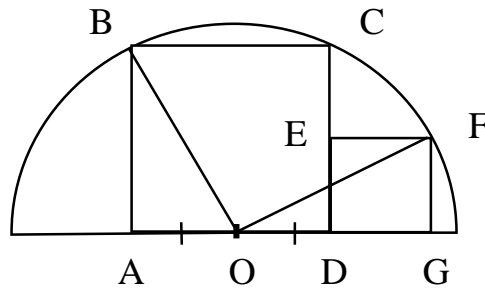
Պատ.՝ Ապացուցված է:



5. Խնդրի պայմաններից հետևում է, որ $AB = 7$ և $AO = OD$ (O -ն շրջանագծի կենտրոնն է): Փոքր քառակուսու կողմը նշանակենք x -ով: Ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝ ուղղանկյուն եռանկյուն AOB -ից՝ $OB^2 = 7^2 + (3,5)^2$, իսկ ուղղանկյուն եռանկյուն OFG -ից՝ $OF^2 = x^2 + (3,5 + x)^2$: Քանի որ $OB = OF$, որպես կիսաշրջանագծի շառավիղներ, ուրեմն $7^2 + (3,5)^2 = x^2 + (3,5 + x)^2$, որտեղից $2x^2 + 7x - 49 = 0$: Լուծելով ստացված

հավասարումը, կստացվի $x = 3,5$ և $x = -7$ (չի բավարարում): Վերջապես փոքր քառակուսու մակերեսը կլինի՝ $(3,5)^2 = 12,25$:

Պատ՝ 12,25 սմ²



Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2023»

Գրավոր փուլ 9-րդ դասարան

- Յոթ տարի առաջ Մարինեի տարիքը 8-ի բազմապատիկ էր, իսկ 8 տարի հետո այն կլինի 7-ի բազմապատիկ: Ութ տարի առաջ Ռուբենի տարիքը 7-ի բազմապատիկ էր, իսկ 7 տարի հետո այն կլինի 8-ի բազմապատիկ: Ո՞վ է նրանցից մեծը և քանի՞ տարով է մեծ, եթե ոչ Ռուբենի և ոչ էլ Մարինեի տարիքը չի գերազանցում 90-ը:
- Ապացուցել, որ x -ի կամայական բնական արժեքի դեպքում $x^9 + 5x^5 + x^4 + 4x + 4$ արտահայտությունը բաղադրյալ թիվ է:
- Ապացուցել, որ եթե \overline{xyz} եռանիշ թիվը բաժանվում է 37-ի, ապա \overline{yzx} եռանիշ թիվը նույնպես կբաժանվի 37-ի:
- Ուղղանկյուն սեղանին ներգծած շրջանագծի կենտրոնի հեռավորությունը մեծ սրունքի ծայրակետերից հավասար է 6 սմ և 8 սմ: Գտնել սեղանի մակերեսը:
- B ուղիղ անկյունով ABC ուղղանկյուն եռանկյան AC կողմի վրա E կետը վերցված է այնպես, որ $AE=EC$, իսկ BC կողմի վրա D կետը վերցված է այնպես, որ $\angle ADB = \angle EDC$: Գտնել $CD:DB$:

Լուծումներ

- Առաջին եղանակ Ենթադրենք Մարինեն այժմ x տարեկան է, իսկ Ռուբենը՝ y տարեկան: Յոթ տարի առաջ Մարինեն կլիներ $x - 7$ տարեկան, իսկ ութ տարի հետո՝ $x + 8$ տարեկան: Ըստ խնդրի պայմանների $x - 7 = 8n$ և $x + 8 = 7m$ (n և m բնական թվեր են), որտեղից $7m = 8n + 15$ կամ $m = \frac{8n+15}{7} = n + 2 + \frac{n+1}{7}$: Նկատենք, որ $n = 6$ դեպքում $x = 55$, իսկ $n > 6$ դեպքում կստացվի $x > 90$, ուրեմն Մարինեն այժմ 55 տարեկան է: Նման ձևով $y - 8 = 7k$ և $y + 7 = 8l$ (k և l բնական թվեր են), որտեղից $7k = 8l - 15$ կամ $k = \frac{8l-15}{7} = l - 2 + \frac{l-1}{7}$: Նկատենք, որ $l = 8$ դեպքում $y = 57$, իսկ $n > 8$ դեպքում կստացվի $y > 90$, ուրեմն Ռուբենը այժմ 57 տարեկան է: Այսպիսով Ռուբենը մեծ է Մարինեից երկու տարով:
- Երկրորդ եղանակ Ենթադրենք Մարինեն այժմ x տարեկան է, իսկ Ռուբենը՝ y տարեկան: Յոթ տարի առաջ Մարինեն կլիներ $x - 7$ տարեկան, իսկ ութ տարի հետո՝ $x + 8$ տարեկան: Ըստ խնդրի պայմանների $x - 7$ -ը բաժանվում է 8-ի և $x + 8$ -ը բաժանվում է 7-ի, հետևաբար $x + 1$ -ը բաժանվում է 8-ի և $x + 1$ -ը բաժանվում է 7-ի,

այսինքն $x + 1$ -ը բաժանվում է 7-ի և 8-ի, ուրեմն $x + 1$ -ը բաժանվում է 56-ի, հետևաբար $x = 55$: Նման ձևով $y - 1$ -ը բաժանվում է 56-ի, հետևաբար $y = 57$: Այսպիսով Ռուբենը մեծ է Մարինեից երկու տարով:

Պատ.՝ Ռուբենը մեծ է Մարինեից երկու տարով:

2. $x^9 + 5x^5 + x^4 + 4x + 4$ արտահայտությունը վերլուծենք արտադրիչների. $x^9 + 5x^5 + x^4 + 4x + 4 = x^9 + 4x^5 + x^5 + 4x + x^4 + 4 = x^5(x^4 + 4) + x(x^4 + 4) + x^4 + 4 = (x^4 + 4)(x^5 + x + 1)$:

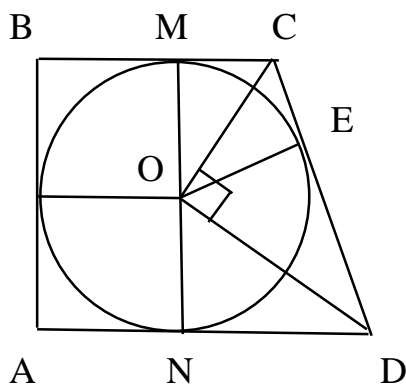
Պատ.՝ Ապացուցված է:

3. Գիտենք, որ $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$ (1) և $\overline{yzx} = 100y + 10z + x$ (2): (1)-ը բազմապատկենք 10-ով և արդյունքից հանենք (2)-ը՝ $10\overline{xyz} - \overline{yzx} = 999x$: Քանի որ 999-ը բաժանվում է 37-ի և \overline{xyz} -ը նույնպես բաժանվում է 37-ի՝ ըստ ինդրի պայմանի, ուրեմն \overline{yzx} -ը կբաժանվի 37-ի:

Պատ.՝ Ապացուցված է:

4. Հեշտ է նկատել, որ $\angle COD = 90^\circ$, ուրեմն $CD = 10$ (ըստ Պյութագորասի թեորեմի) և $OE \perp CD$ (ըստ շառավիղ-շոշափող թեորեմի): Ըստ հայտնի բանաձևերի՝ $OE = \frac{OC \cdot OD}{CD} = 4,8$, $OC^2 = CE \cdot CD \Rightarrow CE = 3,6$, $OD^2 = DE \cdot CD \Rightarrow DE = 6,4$: Պարզ է, որ $MC = CE = 3,6$, $ED = DN = 6,4$, $OE = OM = ON = 4,8$: Ստացվեց, որ $BC = 8,4$, $AD = 11,2$ իսկ սեղանի բարձրությունը՝ $MN = 9,6$, ուրեմն $S = \frac{AD+BC}{2} \cdot MN = \frac{2352}{25}$:

Պատ.՝ $\frac{2352}{25}$:



5. Կառուցենք տրված եռանկյանը համաչափ $A'BC$ եռանկյուն՝ BC կողմի նկատմամբ: Այդ դեպքում $\angle ADB = \angle A'DB$, և քանի որ $\angle ADB = \angle EDC$, ուրեմն $\angle A'DB = \angle EDC$, հետևաբար A' , D , E կետերը կգտնվեն մի ուղղի վրա: Նկատենք նաև, որ $A'E$ -ն և CB -ն հանդիսանում են ACA' եռանկյան համար միջնագծեր, որոնք հատվում են D կետում, ուրեմն ըստ հատկության $A'D:DE=CD:DB=2:1$:

Պատ.՝ 2:1 :

